

Programă Etapa a III-a Matematică – 12 mai 2012

Clasa a IX-a 4 ore

CONȚINUTURILE ÎNVĂȚĂRII

1. Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale.
- Propoziție, predicat, cuantificatori.
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan).
- Tipuri de raționamente logice: inducția matematică. Probleme de numărare.

2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale \mathbb{N} (șiruri)

- Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone; exemple simple.
- Tipuri de șiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii.
- Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$.

3. Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane. Drepte în plan de forma $x = m$, sau $y = m, m \in \mathbb{R}$
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea și preimagea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții.
- Funcții numerice ($F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lecturi grafice: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice de ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x) (\leq, <, >, \geq)$: mărginire, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), simetria graficului față de drepte de forma $x = m, m \in \mathbb{R}$ sau față de puncte oarecare din plan, periodicitate, monotonie.
- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice.

4. Funcția de gradul I

- Definiție, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=ax+b, a,b \in \mathbb{R}$.
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției. Studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1)-f(x_2)$ (sau studierea raportului $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$).
- Inecuații de forma $ax+b \leq 0 (\geq, <, >) a,b \in \mathbb{R}$, studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale.
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul $\begin{cases} ax+by=c \\ mx+ny=p \end{cases}, a,b,c,m,n,p$ numere reale.
- Sisteme de inecuații de gradul I.

5. Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c, a,b,c \in \mathbb{R}, a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, simetria față de drepte de forma $x=m, m \in \mathbb{R}$.
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x+y=s \\ xy=p \end{cases}, s,p \in \mathbb{R}$.

6. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie. Studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1)-f(x_2)$, rata creșterii (descreșterii): $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$, punct de extrem, (vârful parabolei).
- Poziționarea parabolei față de axa Ox , semnul funcției, inecuații de forma $ax^2+bx+c \leq 0 (\geq, <, >)$ studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini și preimagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe).

7. Vectori în plan

- Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari.
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare, înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari, condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.

8. Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție al unui punct.
- Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism).
- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi).
- Teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor.
- Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva.

9. Elemente de trigonometrie

- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice $\sin, \cos: [0; 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$,

$$\operatorname{tg}: [0; \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}.$$
- Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], \cos: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], \operatorname{tg}: \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, unde

$$D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}, \operatorname{ctg}: \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}, \text{ unde } D = \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}.$$
- Formulele de reducere la primul cadran, formule trigonometrice: $\sin(a+b), \sin(a-b), \cos(a+b), \cos(a-b), \sin 2a, \cos 2a, \sin a + \sin b, \sin a - \sin b, \cos a + \cos b, \cos a - \cos b$ (transformarea sumei în produs).

10. Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană

- Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic.